07/10/2015

Αριθμητική κινητής υποδιαστολής
Υπολογισμός σφαλμάτων στρογγυλευσης

<u>Παράσταση αριθμών σε κάποια βάση αρίθμησης</u>

Στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης ένας αριθμός παριστάνεται ως $\pm(a_N a_{N-1} \ldots a_0 . a_{-1} \ldots$ $= x$, όπου $0 \le a_i \le 9$ $\quad x = (a_N 10^N + a_{N-1} \cdot 10^{N-1} + \ldots + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \ldots)_{10} =$

$= \sum_{-\infty}^{i=N} a_i \cdot 10^i$

Ενας αριθμός με βάση $\beta \ge 2$ παριστάνεται ως $x = \pm(a_N a_{N-1} \ldots a_0 . a_{-1} a_{-2} \ldots)_\beta$

$\sum_{-\infty}^{i=N} a_i \beta^i \quad 0 \le a_i \le \beta - 1$

go back to ~~Africa~~ Italy

Μετατροπή από αριθμό με βάση το b στο δεκαδικό σύστημα $(\ )_b \to (\ )_{10}$

1. ακέραιοι Παράδειγμα $(1234)_5$ Να μετατραπεί στο 10αδικό σύστημα

$(1234)_5 = 4\cdot5^0 + 3\cdot5^1 + 2\cdot5^2 + 1\cdot5^3 = 4+15+50+125 = (194)_{10}$

$(1234)_5 = 4 + 5[3+5(2+1\cdot5)]$

$(a_N a_{N-1} \ldots a_0)_b = a_0 + b(a_1 + b(a_2 \ldots b(a_{N-1} + b a_N)\ldots)_b$ (σχήμα Horner)

$\Pi_N(x) = a_N x^N + a_{N-1}x^{N-1} + \ldots + a_0 = a_0 + x(a_1 + x(a_2 \ldots x(a_{N-1} + x a_N)\ldots)$

πως θα δούλευε το Horner με αλγόριθμο

$y \leftarrow a_N$
Για $i = N-1, \ldots, 0$
$y \leftarrow a_i + xy$
Τέλος επανάληψης

(flop)

2) κλασματικό μέρος

Παράδειγμα $(.10111)_2 = 1\cdot2^{-1} + 0\cdot2^{-2} + 1\cdot2^{-3} + 1\cdot2^{-4} + 1\cdot2^{-5} = 0,5 + 0,125 + 0,0625 + 0,03125 = 0.71875$

Μετατροπή από δεκαδικό σε σύστημα με βάση το β

1) Ακέραιοι

$(x)_{10} = (a_N a_{N-1} \ldots a_0)_\beta = a_0 + b(a_1 + (b(a_2 \ldots b(a_{N-1} + b a_N)\ldots)$

Το a_0 είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του x δια του b με πηλίκο το $a_1 + b(a_2 \ldots + b(a_{N-1} + b a_N)\ldots)$

$10 \to b$

$(194)_{10}$

	Υπόλοιπο	Πηλίκο
194 : 5	$a_0 = 4$	38
38 : 5	$a_1 = 3$	7
7 : 5	$a_2 = 2$	1
1 : 5	$a_3 = 1$	0

Άρα ο αριθμός είναι $(1234)_5$

2) Κλασματικό μέρος

$(x)_{10} = (a_{-1} a_{-2} \ldots)_b = a_{-1} b^{-1} + a_{-2} b^{-2} + \ldots$

Παρατηρούμε ότι $b(x)_{10} = a_{-1} + a_{-2} b^{-1} + \ldots = (a_{-1} a_{-2} \ldots)_b$

$x=(.71875)_{10}$	Ακέραιο Μέρος	Κλασματικό Μέρος
$2x=1.4375$	1	$\gamma_1=.4375$
$2\gamma_1=0.875$	0	$\gamma_2=.875$
$2\gamma_2=1.75$	1	$\gamma_3=.75$
$2\gamma_3=1.5$	1	$\gamma_4=.5$
$2\gamma_4=1$	1	$\gamma_5=0$

Άρα είναι ο αριθμός $(11101)_2$.

$(0.1)_{10}$	ΑΜ	ΚΜ
$2x=0.2$	0	$\gamma_1=.2$
$2\gamma_1=0.4$	0	$\gamma_2=.4$
$2\gamma_2=0.8$	0	$\gamma_3=.8$
$2\gamma_3=1.6$	1	$\gamma_4=.6$
$2\gamma_4=1.2$	1	$\gamma_5=.2$

$x=(0.1)_{10}=(.000110011\underline{0011}\ldots)_2=(0.0\overline{0011})_2$

Ένας αριθμός $x\neq 0$ απεικονίζεται σε μια μηχανή (Η/Υ) με βάση β ως εξής:
$\pm .d_1d_2\ldots d_t\cdot\beta$, όπου $d_1\neq 0$ d_i ψηφία στη βάση $0\leq d_i\leq \beta-1$

$\pi\cong 3.14159=.314159\ 10^1$

Μια μηχανή Μ χαρακτηρίζεται από 4 παραμέτρους:
$M=M(\beta,t,L,U)$ $L\leq e\leq U$, συνήθως $L=-U$

$x=.d_1d_2\ldots d_td_{t+1}\ldots\beta^e$ στρογγυλεύεται ως $.d_1d_2\ldots d_t\beta^e$ αν το $\underbrace{0.00\ldots0}_{t}d_{t+1}\ldots<\frac{1}{2}\underbrace{0.00\ldots01}_{t}$

ή $(.d_1d_2\ldots d_t+\beta^{-t})\cdot\beta^e$ αν $0.00\ldots0d_{t+1}\ldots\geq\frac{1}{2}\underbrace{0.00\ldots01}_{t}$